

文章编号: 1673-3193(XXXX)XX-0001-14

嵌入多元变异与双选择算子的双子群驱动灰狼优化算法

薛旭艳, 乔钢柱, 于海波*

(中北大学 计算机科学与技术学院, 山西 太原 030051)

摘要: 针对传统灰狼优化算法搜索导向单一及种群更新机制缺乏选择性, 导致种群多样性过早流失与局部极值逃离能力不足的问题, 提出一种嵌入多元变异与双选择算子的双子群驱动灰狼优化算法。该算法采用双子种群协同演化框架, 融合差分变异算子与传统灰狼优化算法位置更新规则, 分别引导各子群的搜索方向, 增强种群的全局探索能力; 同时, 在环境选择阶段, 引入整体替换策略与一对一贪婪竞争机制, 筛选优质子代个体更新种群, 提升其对潜在局部最优区域的开发能力。此外, 基于历史淘汰解外部存档与差分变异范式, 构建了一种差分逃逸算子, 根据搜索种群的多样性变化趋势, 自适应驱动算法逃离潜在局部极值。通过将所提算法与12种先进的群智能算法在CEC2017基准测试集上进行对比实验, 结果表明, 相比其他7种改进灰狼优化算法, 所提算法的收敛精度平均提高约46.97%; 相比另外5种经典群智能优化算法, 所提算法的收敛精度平均提升约22.78%。

关键词: 灰狼优化算法; 差分变异; 逃逸算子; 双选择算子

中图分类号: TP18

文献标识码: A

doi: 10.62756/jnuc.issn.1673-3193.2025.10.0014

引用格式: 薛旭艳, 乔钢柱, 于海波. 嵌入多元变异与双选择算子的双子群驱动灰狼优化算法[J]. 中北大学学报(自然科学版), DOI:10.62756/jnuc.issn.1673-3193.2025.10.0014.

Xue Xuyan, Qiao Gangzhu, Yu Haibo. Dual-Subgroup-Driven Grey Wolf Optimization Algorithm Embedded with Multiple Mutation and Dual Selection Operators[J]. Journal of North University of China (Natural Science Edition), DOI:10.62756/jnuc.issn.1673-3193.2025.10.0014.

Dual-Subgroup-Driven Grey Wolf Optimization Algorithm Embedded with Multiple Mutation and Dual Selection Operators

Xue Xuyan, Qiao Gangzhu, Yu Haibo*

(School of Computer Science and Technology, North University of China, Taiyuan 030051, China)

Abstract: To address the issues of a singular search direction and the lack of selectivity in the population update mechanism of the traditional Grey Wolf Optimizer (GWO), which often lead to premature loss of population diversity and insufficient capability to escape local optima, this paper proposes a dual-population driven GWO that incorporates multiple mutation and dual selection operators. The algorithm adopts a cooperative co-evolution framework with two sub-populations. By integrating differential mutation operators with the position update rules of the traditional GWO, it guides the search directions of the

收稿日期: 2025-10-22

基金项目: 国家自然科学基金青年基金项目(62106237); 国家自然科学基金联合基金项目(U21A20524)

作者简介: 薛旭艳(2000—), 女, 硕士生, 主要从事智能优化算法的研究。

* 通信作者: 于海波(1990—), 男, 副教授, 博士, 主要从事机器学习、智能优化算法的研究。E-mail: nocyuhaibo@nuc.edu.cn.

respective sub-populations, thereby enhancing the global exploration capability. Simultaneously, during the environmental selection phase, a generational replacement strategy and a one-to-one greedy competitive mechanism are introduced to select high-quality offspring individuals for population update, improving the algorithm's exploitation ability in potential local optimal regions. Furthermore, based on an external archive of historically eliminated solutions and the differential mutation paradigm, a differential escape operator is constructed. This operator adaptively drives the algorithm to escape potential local optima according to the diversity trend of the searching population. By comparing the proposed algorithm with 12 advanced swarm intelligence algorithms on the CEC2017 benchmark test set, the results show that the proposed algorithm achieves an average improvement of 46.97% in convergence accuracy over seven other advanced GWO variants, and an average improvement of 22.78% in convergence accuracy compared to five other classical swarm intelligence optimization algorithms.

Key words: grey wolf optimizer; differential mutation; escape operator; dual selection strategy

0 引言

群智能优化算法通过模拟昆虫、鸟兽和鱼群等自然界与生物界中群居智能体的群智涌现行为,实现对复杂优化问题的高效求解。此类算法通过种群内智能体的自学习与信息共享,驱动种群在解空间内进行全局探索和局部开发^[1]。一般而言,群智能优化算法的搜索种群包括领导者和跟随者两类主体。其中,领导者通过引导跟随者开发其局部邻域以获得自身的质量提升;而跟随者则通过结合自身的历史经验,同时参考领导者分享的优质先验,不断调整和优化自身的状态属性,逐步探索解空间的未知区域。

典型的群智能优化算法有灰狼优化算法(Grey Wolf Optimizer, GWO)^[2]、粒子群优化算法(Particle Swarm Optimization, PSO)^[3]、萤火虫算法(Firefly Algorithm, FA)^[4]、果蝇优化算法(Fruit Fly Optimization, FOA)^[5]、鲸鱼优化算法(Whale Optimization Algorithm, WOA)^[6]、蛛蜂优化算法(Spider Wasp Optimizer, SWO)^[7]等。其中, GWO算法凭借其结构简单、参数量少等优点,在智能调度^[8]、路径规划^[9]、图像分割^[10]及特征选择^[11]等复杂优化问题中受到广泛关注。例如, Otair等^[12]采用一种增强型灰狼优化算法优调无线传感器网络的入侵检测系统; Yu等^[13]将灰狼优化算法用于无人机最优航迹规划; Ou等^[14]则提出一种改进的灰狼优化算法(pGWO-CSA)以解决机器人路径规划问题; Yu等^[10]提出一种集成型灰狼优化算法(EGWO)来提升图像分割性能。此外,在特征选择与数据挖掘中, Abdel-Basset等^[15]

利用二进制灰狼优化算法(BGWO)来提高分类任务的精度与效率; Premkumar等^[16]提出一种基于K均值聚类的灰狼优化算法(KMGWO),用以处理数据聚类问题; Zhou等^[17]则利用灰狼优化算法优化随机森林模型参数,以提高其对土壤液化潜力的预测性能; Mafarja等^[18]提出多策略灰狼优化算法(MSGWO),用于从高维生物数据中选取关键特征以提升分类效果。

传统GWO算法的搜索模式强调全局最优个体、次优个体及第三优个体对搜索种群的牵引效应,导致其在处理具有复杂多极值适应度景观的解空间时,存在种群多样性衰减过快、解空间探索与开发能力失衡、易陷入局部极值等性能局限。此外,传统GWO算法在环境选择阶段,遵循整体替换原则,即产生的子代个体完全覆盖当前父代个体作为下一代搜索种群个体进行后续搜索。尽管整体替换策略便于提升算法搜索速度,但受限于全局最优个体、次优个体、第三优个体这3个示范个体的贪婪导向偏置,搜索种群易错过历史优质父代占据的潜在最优区域,导致搜索陷入局部极值,造成早熟收敛。为克服上述缺陷,近年来,国内外学者通过在灰狼优化算法框架中有针对性地集成多样化的搜索策略,提出了多种高效的灰狼优化算法变体^[19]。其大致可分为以下三类:

1) 混合异构算子的改进GWO算法。该类方法通过将GWO算法与其它智能优化算法的更新机制进行有机融合,以多算子引擎协同搜索的方式,增强算法的全局探索能力与收敛效率。例如, Singh等^[20]聚合PSO算法的速度更新逻辑与GWO算法的狼群等级机制,提出一种新型种群位置更新公式,显著加快了算法在搜索初期的收敛

速度。El-Kenawy 等^[21]则在优化过程中周期性交替使用 GWO 算法与 PSO 算法的搜索策略,动态调整种群对解空间的探索与开发偏向,显著提高了算法的收敛精度。Tawhid 等^[22]通过分阶段耦合 GWO 算法的狩猎机制与遗传算法中的选择、交叉和变异操作,并引入特定的种群划分与降维策略,增强了算法在多峰高维适应度景观中的搜索多样性,提升了其在复杂解空间中的全局寻优效率与收敛速度。此外,Zhu 等^[23]在 GWO 算法种群更新阶段引入差分变异算子,通过对当前最优、次优及第三优个体施加扰动,促使种群跳出潜在局部极值,有效改善了算法搜索后期的种群多样性。尽管上述异构算子混合方法在提升算法性能方面成效显著,但多数研究仍沿用单一选择算子筛选子代个体。考虑到不同搜索算子所主导生成的候选解往往具备不同的特性,若采用单一选择机制,则可能因选择算子固有偏好性而遗漏部分优质解。因此,有必要针对不同搜索算子所产生的候选解,适配与之相应的选择机制,以实现优质子代的有效筛选。

2) 耦合竞争筛选和示范牵引的改进 GWO 算法。该类方法通过融合贪婪竞争或锦标赛选择等筛选策略替换传统 GWO 算法中的完全覆盖机制,筛选父代和子代种群中的优质示范个体指导种群更新,以提升算法的收敛速度与收敛精度。例如,Banaie-Dezfouli 等^[24]提出一种基于代表性个体的灰狼优化算法(R-GWO)。该算法首先利用历史迭代过程中的 α 、 β 、 δ 狼等精英个体构建一个代表性存档,并在后续迭代中,为每个父代个体并行采用传统 GWO 算法更新规则与基于该存档的狩猎搜索,生成其两个子代个体。通过进一步采用贪婪竞争策略对产生的子代个体进行择优筛选,确定下一代搜索种群。Jain 等^[25]提出一种基于遗传学习的灰狼优化算法(GL-GWO)。该算法运用遗传学习算子为每个 ω 狼独立生成对应于 α 、 β 、 δ 狼的专属示范个体,并融合锦标赛选择和贪婪竞争,从当前种群中筛选有潜力的个体动态替换陷入停滞的示范个体,显著提升了算法的搜索效率与优化性能。类似地,Wang 等^[26]提出一种跨维度协同的灰狼优化算法(CDCGWO),其通过嵌入跨维度的锦标赛选择与个体层面的贪婪选择,构建了一套新型竞争性学习与选择机制,以取代传统 GWO 算法中所有个体均向 α 、 β 、 δ 狼学

习的单一更新方式。虽然上述方法通过择优筛选机制引入优质示范个体引导种群更新能有效提升算法的收敛效率,但由于精英个体的贪婪导向以及缺乏对历史迭代先验的深度开发,往往导致种群多样性过快流失,造成算法在迭代后期的全局探索能力不足,尤其在处理复杂多峰适应度景观时,难以逃离局部极值盆地的束缚,而陷入早熟收敛。

3) 附加变异扰动的改进 GWO 算法。通过在 GWO 算法架构中附加辅助搜索算子,对搜索种群中部分精英个体、劣质个体等代表性个体进行变异操作,以优化调整搜索种群前、中、后期不同搜索阶段的多样性及其对复杂适应度景观的适应性,增强算法摆脱潜在局部极值的逃逸能力。Long 等^[27]提出 RL-GWO 算法,其基于反向学习和光折射原理,设计了一种折射学习算子,通过在每次迭代对当前最优解施加折射扰动生成其对立解,并将其融入搜索种群来动态调整种群的多样性,帮助种群摆脱局部最优的束缚,促使其向潜在的更优区域移动,有效提升了算法的全局探索能力。Adegboye 等^[28]提出 CMWGWO 算法,该算法在 GWO 架构中引入混沌对立学习、镜像折射策略与最差个体扰动三种辅助机制,分别用于增强搜索种群个体的多样性、扩展其全局探索步长以及促进劣质个体与精英个体的信息交互,有效协调了算法在复杂高维适应度景观的探索与开发。Zhang 等^[29]提出 SFGWO 算法,其通过引入无标度网络拓扑搭建搜索种群邻域结构,并基于该拓扑中心节点与非中心节点在信息交互中的不同角色,设计了一种邻域学习策略以动态调控种群的探索与开发行为;同时,对于种群中的部分停滞个体,提出一种自适应个体再生策略,通过以随机生成的新个体替换停滞个体的方式,有效增强了迭代后期种群探索潜在更优区域的能力。类似地,Dong 等^[30]提出 IGWO 算法,该算法设计了一种个体重定位方法,通过加权聚合 α 、 β 、 δ 狼的位置,为当前种群中的部分劣质个体生成替换解,加速种群向全局最优区域收敛,同时通过监测相邻世代搜索种群中部分精英个体平均适应度的波动情况,采用一种基于柯西变异的动态局部最优逃逸策略,对种群施加扰动以帮助其跳出当前局部极值区域。上述方法虽通过融合不同的变异扰动,有效提升了算法的探索性能,但其触发机制多依赖于预定义的迭代规则或适应度波动的

单一指标,未能有效感知种群的实时空间分布特性,限制了算法在复杂多极值适应度景观的探索性能。

针对现有GWO变体中存在的搜索导向单一及种群更新机制缺乏选择性的问题,本文提出一种嵌入多元变异与双选择算子的双子群驱动灰狼优化算法(Dual-subgroup-driven grey wolf optimization algorithm embedded with multiple mutation and dual selection operators, DSGWO-MS),旨在有效缓解种群多样性过早流失与局部极值逃逸能力不足的缺陷。其主要创新点有:

(1)提出一种双子群协同演化机制。在每次迭代,首先按适应度优劣将种群等分分割为优质与劣质两个子群,随后分别采用差分变异算子和传统GWO算法的位置更新规则,引导两个子群生成候选子代。通过为不同质量层级的个体分配差异化的搜索策略,有效平衡算法的全局探索与局部开发能力。

(2)引入双选择筛选机制。在环境选择阶段,针对父代及其对应的候选子代,随机选用整体替换策略与一对一贪婪竞争机制,筛选优质个体更新搜索种群,提升算法对精英个体局部邻域的精细搜索能力。

(3)提出一种基于历史淘汰解存档与种群状态估计的逃逸算子。通过收集迭代过程中被淘汰的父代个体,构建并动态维护历史淘汰解存档,结合对迭代种群空间分布态势的动态评估,从存档中选取部分历史个体作为示范样本,辅助种群调整搜索方向,有效逃离潜在的局部极值区域。

在CEC2017基准测试集上的实验结果表明,相比多种GWO变体算法和典型的群智能优化算法,DSGWO-MS算法在收敛精度和收敛速度方面均展现出显著优势,能够高效应对不同类型的复杂优化问题。

1 传统灰狼优化算法

1.1 算法框架

灰狼优化算法是由Mirjalili等^[2]于2014年提出的一种新型仿生群智能优化算法。该算法基于灰狼群体严格的社会等级制度,通过模仿狼群狩猎时领导者和追随者在发现猎物、跟踪猎物、追逐猎物、包围猎物、攻击猎物过程中的协作关系,迭代探索复杂优化问题的最优解。在传统GWO

算法中,根据狼群成员的四种社会等级,搜索种群首先被划分为最优个体、次优个体、第三优个体及其他个体,分别类比狼群中的阿尔法狼(α 狼)、次级狼(β 狼)、边缘狼(δ 狼),以及幼狼(ω 狼)。其中, α 狼、 β 狼、 δ 狼被视作狼群的领导者, ω 狼为追随者。然后,搜索种群通过依次模拟狼群狩猎行为中的包围、追逐与攻击猎物的三个阶段,更新其位置分布(详见1.2节),实现对解空间的探索和开发。最后,重复上述过程,直至满足终止条件或找到最优解。算法1给出传统GWO算法的伪代码。

算法1: 传统GWO算法

输入: 种群规模 N , 问题维度 d , 目标函数 $f(\cdot)$, 最大迭代次数 $MaxIter$ 。
输出: 最优解 x_a 。
 1: 初始化种群 $X^{(t)} = \{x_i^{(t)} | i = 1, 2, \dots, N\}$, $t = 0$;
 2: 计算种群适应度 $\{f(x_i^{(t)}) | i = 1, 2, \dots, N\}$, 初始化算法参数 a , A , C ;
 3: 按适应度对 $X^{(t)}$ 进行优劣排序, 确定 $x_a^{(t)}, x_\beta^{(t)}, x_\delta^{(t)}$;
 4: **while** $t < MaxIter$ **do**
 5: **for** $i = 1:N$
 6: 根据式(8)计算 $x_i^{(t+1)}$;
 7: 计算 $f(x_i^{(t+1)})$;
 8: **end for**
 9: 根据式(3)~式(5)更新参数 a , A 和 C ;
 10: 更新 $x_a^{(t)}, x_\beta^{(t)}, x_\delta^{(t)}$;
 11: $t = t + 1$;
 12: **end while**

1.2 数学模型

1.2.1 包围猎物

在狼群狩猎过程中,当狼群发现猎物时,所有个体均朝猎物方向移动。狼群通过调整自身位置对猎物展开包围,该过程可建模为式(1)~式(2)。

$$D = |C \times x_p^{(t)} - x^{(t)}|, \quad (1)$$

$$x^{(t+1)} = x_p^{(t)} - A \times D, \quad (2)$$

式中: t 为当前迭代次数; $x^{(t)}$ 为第 t 次迭代时种群个体的位置向量; $x_p^{(t)}$ 为第 t 次迭代时猎物的位置向量; $x^{(t+1)}$ 为 $x^{(t)}$ 更新后的位置向量; D 为种群个体与猎物的距离; A 和 C 为系数向量。

$$A = 2a \times r_1 - a, \quad (3)$$

$$C = 2 \times r_2, \quad (4)$$

式中: r_1 和 r_2 均为区间 $[0, 1]$ 内的随机向量; a 为收敛因子,如式(5)所示,其取值随迭代次数的增加从2线性递减到0。

$$a = 2 - 2t/T, \quad (5)$$

式中: T 为最大迭代次数。

1.2.2 追逐猎物

在追逐猎物过程中,距离猎物最近的 α 狼主导搜索方向, β 狼与 δ 狼则辅助其共同引导狼群的位置更新。然而,给定待优化问题,猎物即最优解的真实位置往往未知。传统GWO算法通常假设 α 狼、 β 狼和 δ 狼能够预估猎物的潜在区域。因此,在每次迭代,灰狼个体的位置更新通过模拟这三头领头狼的联合引导作用来实现,该过程可形式化建模为式(6)~式(8)。

$$\begin{cases} D_\alpha = |C_1 \times x_\alpha - x|, \\ D_\beta = |C_2 \times x_\beta - x|, \\ D_\delta = |C_3 \times x_\delta - x|, \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} x_1 = x_\alpha - A_1 \times D_\alpha, \\ x_2 = x_\beta - A_2 \times D_\beta, \\ x_3 = x_\delta - A_3 \times D_\delta, \end{cases} \quad (7)$$

$$x^{(t+1)} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \quad (8)$$

式中: $D_\alpha, D_\beta, D_\delta$ 分别为种群个体 x 与 α 狼(x_α)、 β 狼(x_β)、 δ 狼(x_δ)的距离。

1.2.3 攻击猎物

当猎物停止移动时,狼群对猎物发起攻击,完成狩猎行动。该行为通过系数向量 A 与收敛因子 a 协同控制。由式(3)可知,系数向量 $A_1, A_2, A_3 \in [-2a, 2a]$ 的取值与收敛因子 a 值成正比,其波动范围会随 a 值的减小而比例缩小。当 $|A| < 1$ 时,种群个体倾向靠近猎物并发动攻击,此时算法侧重开发潜在最优解所处局部邻域;而当 $|A| > 1$ 时,种群个体倾向分散搜索其他未知区域,此时算法侧重探索解空间潜在优质区域。

2 嵌入多元变异与双选择算子的双子群驱动灰狼优化算法

本节介绍一种嵌入多元变异与双选择算子的双子群驱动灰狼优化算法DSGWO-MS。DSGWO-MS基于传统GWO算法框架,在每次迭代,搜索种群首先按适应度优劣被等分分割为优质子群和劣质子群。两个子群分别采用差分变异算子和传统GWO算法位置更新规则生成候选子代(详见2.1节)。其次,随机选择整体替换策略与一对一贪婪竞争机制筛选父代与子代中的优质个体更新搜索种群(详见2.2节),其中,被淘汰的历史父代个体被存入历史淘汰解存档。然后,计

算搜索种群的多样性,若其满足停滞条件,则采用基于历史淘汰解存档的逃逸算子更新种群个体(详见2.3节)。最后,重复上述过程,直至满足终止条件时输出最优解。DSGWO-MS算法流程伪代码见算法2。

算法2: DSGWO-MS算法

输入: 种群规模 N , 问题维度 d , 目标函数 $f(\cdot)$, 最大迭代次数 $MaxIter$, 历史淘汰解存档最大容量 H 。

输出: 最优解 x_{opt} 。

```
1: 初始化种群 $X^{(t)} = \{x_i^{(t)} | i = 1, 2, \dots, N\}$ ,  $t = 0$ ;
2: 根据式(13)~式(14)初始化种群多样性指标 $I_C^{(t)}$ , 初始化阈值 $\theta^{(t)} = \varphi \cdot I_C^{(t)}$ ;
3: 计算种群适应度 $\{f(x_i^{(t)}) | i = 1, 2, \dots, N\}$ , 初始化算法参数 $a, A, C$ ;
4: 按适应度对 $X^{(t)}$ 进行优劣排序, 确定 $x_\alpha^{(t)}, x_\beta^{(t)}, x_\delta^{(t)}$ ;
5: while  $t < MaxIter$  do
6:   if  $I^{(t)} < \theta^{(t)}$  then
7:     根据式(12)生成试探种群;
8:     根据式(13)~式(14)计算试探种群多样性 $I^{(t)}$ ;
9:     更新多样性阈值 $\theta^{(t)} = \varphi \cdot I^{(t)}$ ;
10:   end if
11:   调用算法3生成子代种群;
12:   调用算法4选择下一代种群;
13:   调用算法5更新历史淘汰解存档;
14:   根据式(13)~式(14)更新种群多样性 $I^{(t+1)}$ ;
15:   更新 $x_\alpha^{(t)}, x_\beta^{(t)}, x_\delta^{(t)}$ ;
16:    $t = t + 1$ ;
17: end while
```

2.1 双子群协同演化机制

在每次迭代,DSGWO-MS算法首先按适应度将种群 $X^{(t)}$ 等分分割为优质子群 X_B 和劣质子群 X_W 。 X_B 运用 $DE/current-to-pbest/1$ 算子^[31]生成候选子代,该算子利用精英个体 $x_{pbest}^{(t)}$ 引导搜索方向,并加入随机差分向量实现对优质解区域的深度开发,如式(9)所示。

$$v_i^{(t+1)} = x_B^{(t)} + F_i \times (x_{pbest}^{(t)} - x_i^{(t)}) + F_i \times (x_{r_1}^{(t)} - x_{r_2}^{(t)}), \quad (9)$$

式中: $x_{pbest}^{(t)}$ 为第 t 代种群中前 $p\%$ ($p \in [0, 1]$)个精英个体中的一个随机个体; $x_{r_1}^{(t)}$ 和 $x_{r_2}^{(t)}$ 为从第 t 代优质子群 X_B 中随机选择的两个个体(即 $r_1 \neq r_2 \neq i$); F_i 为个体 $x_i^{(t)}$ 的尺度参数。

$$F_i = randc_i(\mu_F, 0.1), \quad (10)$$

式中: $randc_i(\mu_F, 0.1)$ 为服从均值为 $\mu_F = 0.5$ 和方差为0.1的柯西分布随机数。当生成的 $F_i > 1$ 时,令 $F_i = 1$;当 $F_i \leq 0$ 时,则利用式(10)重新生成有效值。每个个体 $x_i^{(t)}$ 配对一个比例参数 p_i 。

$$p_i = rand[p_{\min}, 0.2], \quad (11)$$

式中: $p_{\min} = 2/N$ 。

算法3: 双子群协同演化机制**输入:** 父代种群 $\{X, f(X)\}$, 种群规模 N , 目标函数 $f(\cdot)$ 。**输出:** 子代种群 $\{O, f(O)\}$ 。

```

1: 按适应度 $f(X)$ 将父代种群 $X$ 等分分割为两个子群 $X_B$ 和 $X_W$ ;
2: for  $i = 1:N/2$ 
3:   根据式(9)计算 $o_B^{(i)}$ ;
4:   计算 $f(o_B^{(i)})$ ;
5: end for
6: for  $i = 1:N/2$ 
7:   根据式(8)计算 $o_W^{(i)}$ ;
8:   计算 $f(o_W^{(i)})$ ;
9: end for
10:  $O = O_B \cup O_W, f(O) = f(O_B) \cup f(O_W)$ .

```

劣质子群 X_W 采用传统GWO算法位置更新规则(见式(6)~式(8))产生候选子代, 驱使劣质个体快速向头狼所在优质解区域移动, 进而提升种群整体向优搜索的效率。双子群协同演化机制伪代码如算法3所示。

2.2 双选择筛选机制

在环境选择阶段, DSGWO-MS算法通过从整体替换策略与一对一贪婪竞争机制中随机选取其中一种方式来筛选优质子代进入下一代, 以平衡算法对解空间的全局探索与潜在精英个体邻域的局部开发。该双选择筛选机制流程伪代码如算法4所示。

算法4: 双选择筛选机制**输入:** 父代种群 $\{X^{(t)}, f(X^{(t)})\}$, 子代种群 $\{O^{(t)}, f(O^{(t)})\}$, 种群规模 N 。**输出:** 下一代种群 $\{X^{(t+1)}, f(X^{(t+1)})\}$ 。

```

1: if rand < 0.5 then
2:    $X^{(t+1)} = X^{(t)}$ ;
3: else
4:   for  $i = 1:N$ 
5:     if  $f(o_i^{(t)}) < f(x_i^{(t)})$  then
6:        $x_i^{(t+1)} = o_i^{(t)}$ ;
7:     else
8:        $x_i^{(t+1)} = x_i^{(t)}$ ;
9:     end if
10:  end for
11: end if

```

传统GWO算法采用整体替换策略, 即利用子代种群完全替代父代种群进行后续搜索。该策略虽有助于快速引入新个体, 增强对解空间的探索能力, 但其可能导致部分优良父代个体被淘汰, 削弱对历史精英信息的有效继承与利用, 进而影响算法的局部开发能力与收敛精度。相比之下, 一对一贪婪竞争机制通过逐对比较父代个体与子代个体的适应度, 择优保留至下一代, 能够逐步提升种群的质量, 并有效抑制种群多样性过度增长, 驱使算法更偏向精细开发历史精英个体

的局部邻域。DSGWO-MS算法通过随机融合上述两种选择策略, 实现了探索与开发的有效权衡, 既补偿了传统GWO算法的开发不足, 也突破了单一竞争机制的探索局限。

2.3 逃逸算子

为避免算法早熟收敛, DSGWO-MS引入一种基于历史淘汰解存档与种群状态估计的逃逸算子, 帮助算法跳出局部极值, 如式(12)所示。

$$v_{i,j}^{(t)} = x_{\text{best},j}^{(t)} + F_i \times (x_{r_1,j}^{(t)} - x_{\text{best},j}^{(t)}) + F_i \times (x_{r_2,j}^{(t)} - x_{r_3,j}^{(t)}), \quad (12)$$

式中: $x_{\text{best},j}^{(t)}$ 为当前全局最优解; F_i 由式(10)计算; $x_{r_1}, x_{r_2}, x_{r_3}$ ($r_1 \neq r_2 \neq r_3$) 为从历史淘汰解存档中随机选择的3个个体。

上述逃逸算子采用了一种基于历史信息的双向引导策略, 选择当前最优解 $x_{\text{best}}^{(t)}$ 和历史迭代过程中被淘汰的父代个体共同作为示范个体, 引导种群个体的更新。一方面借助历史迭代过程中的优良父代个体, 帮助当前最优解突破现有局部极值吸引域的束缚, 驱动种群向其他已发现的且具有竞争力的局部区域定向逃逸; 另一方面, 通过复用被淘汰父代个体的基因片段, 主动引导种群回溯并深入探索历史迭代过程中被遗漏的搜索空间, 从而有效规避因早期选择压力而导致的潜在最优区域丢失的问题。

此外, 为保证历史淘汰解存档中样本的多样性和代表性, 设定历史存档的最大容量为 H 。当历史存档容量超过阈值 H 时, 对于每个新增样本, 通过计算其与历史存档中所有个体的余弦相似度^[32], 如式(13)所示, 并用其替换历史存档中与其相似度最高的个体, 实现对历史存档的更新管理。历史淘汰解存档的更新过程如算法5所示。

$$\cos(A, B) = \frac{\sum_{i=1}^d A_i \cdot B_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^d A_i^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^d B_i^2}}, \quad (13)$$

在每次迭代, 首先利用式(14)~式(15)计算种群所有个体与其中心位置 $c^{(t)}$ 的离散程度 $I_c^{(t)}$ ^[33], 以量化迭代种群的多样性。若其多样性小于特定阈值 $\theta^{(t)}$, 则判定当前种群处于停滞阶段, 继而调用逃逸算子引导搜索种群调整其空间分布。这里, 多样性阈值 $\theta^{(t)} = \varphi \cdot I_c^{(t)}$, $\varphi = 0.65$ 为多样性衰减因子, 用于度量种群多样性的衰减幅度。注意, 这里阈值 $\theta^{(t)}$ 仅在算法触发停滞时, 调用变异

算子生成的新子代对其进行更新,见算法1。

$$I_c^{(t)} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^d (x_{i,j}^{(t)} - c_j^{(t)})^2}, \quad (14)$$

$$c_j^{(t)} = \sum_{i=1}^N x_{i,j}^{(t)} / d. \quad (15)$$

算法5: 历史淘汰解存档的更新策略

输入: 父代种群 $\{X^{(t)}, f(X^{(t)})\}$, 下一代种群 $\{X^{(t+1)}, f(X^{(t+1)})\}$, 历史存档 HA , 历史存档最大容量 H 。

输出: 历史存档 HA 。

```

1: for  $i = 1:N$ 
2:   if  $f(o_i^{(t)}) < f(x_i^{(t)})$  then
3:      $HA = HA \cup x_i^{(t)}$ ;
4:   if  $|HA| > H$  then
5:     for  $h = 1:H$ 
6:       根据式(13)计算相似度;
7:     end for
8:      $x_i^{(t)}$  替换历史存档中相似度最高的个体;
9:   end if
10: end if
11: end for

```

2.4 算法复杂度分析

DSGWO-MS算法基于传统GWO算法框架,其时间复杂度主要源于种群初始化、适应度评估、双子群协同搜索、双选择筛选机制及逃逸操作等模块。设种群规模为 N , 问题维度为 d , 最大迭代次数为 T 。种群初始化过程产生 $O(Nd)$ 的时间复杂度;在每次迭代,适应度评估需计算 N 个个体的适应度,时间复杂度为 $O(N)$;双子群协同搜索需对种群按适应度进行排序,其时间复杂度为 $O(N \log N)$,双子群位置更新的时间复杂度为 $O(Nd)$;双选择筛选机制需对比每个父代个体与其子代个体的适应度,时间复杂度为 $O(N)$;逃逸算子位置更新时间复杂度为 $O(Nd)$;历史存档管理中,需计算个体间余弦相似度以及替换操作,若存档的最大容量为 H ,则时间复杂度为 $O(HN)$ 。综上,在最坏情况下,DSGWO-MS算法单次迭代的时间复杂度为 $O(Nd + N + HN)$,忽略低阶项后为 $O(N(d + H))$ 。因此,DSGWO-MS算法执行 T 次迭代的整体时间复杂度为 $O(TN(d + H))$ 。当 H 为常数时,算法的整体时间复杂度可近似为 $O(TNd)$,与传统GWO算法的时间复杂度 $O(TNd)$ 处于同一量级。

空间复杂度方面,DSGWO-MS算法需开辟 $O(Nd)$ 的空间存储个体位置及其适应度;历史存档最多存储 H 个个体,空间复杂度为 $O(HN)$;迭代过程中存储精英个体和中间计算结果等临时变量需 $O(d)$ 的空间复杂度。因此,算法整体空间复杂度为

$O((N + H)d)$ 。当 $H = N$ 时,可简化为 $O(Nd)$,与传统GWO算法的空间复杂度保持一致。

3 仿真实验及结果分析

3.1 实验设计

为验证DSGWO-MS算法的有效性和性能优势,在100维条件下对CEC2017测试集^[34]中29个基准测试问题进行实验验证,并将其与传统GWO算法^[2]及6种改进GWO算法包括SOGWO^[35]、I-GWO^[36]、DOLGWO^[37]、MELGWO^[38]、GWO-C1^[39]和GWO-C/M^[40],以及5种经典群智能优化算法PSO^[3]、DE^[41]、WOA^[6]、SHADE^[31]和SWO^[7]进行性能比较。各对比算法的关键参数设置列于表1,其余参数均参照对应算法原始文献建议取值。所有算法均采用统一的种群规模 $N = 100$ 和终止条件 $MaxIter = 5000$ 。实验在MATLAB R2022b平台进行,运行环境为Windows 11 64位操作系统,硬件配置为Intel Core Ultra 5 225H处理器(主频1.70 GHz)及32 GB内存。每个算法均独立运行30次,以保证结果的统计可靠性。

表1 算法的参数设置

Tab. 1 Algorithm parameter settings

算法	参数设置
DSGWO-MS	$a = 2 - 2t/t_{\max}, F = randc(0.5, 0.1),$ $p = 0.5, \varphi = 0.65, H = 100$
GWO	$a = 2 - 2t/t_{\max}$
SOGWO	$a = 2 - 2t/t_{\max}$
I-GWO	$a = 2 - 2t/t_{\max}$
DOLGWO	$a = 2 - 2t/t_{\max}, Jr = 0.3, \omega = 0.8$
MELGWO	$a = 2 - 2t/t_{\max}, N_{\min} = 10, F_{\min} = 0.1,$ $F_{\max} = 2, p_{CR} = 0.6, \omega_{\max} = 1, \omega_{\min} = 0.1$
GWO-C1	$a = 2 - 2t/t_{\max}, C = 1$
GWO-C/M	$a = 2 - 2e^{(t/t_{\max} - 1)}(e - 1),$ $CR = 0.01, M = 0.005$
PSO	$\omega_{\max} = 0.9, \omega_{\min} = 0.2,$ $V_{\max} = -V_{\min} = 6, c_1 = c_2 = 2$
DE	$F = 0.005, CR = 0.01$
WOA	$a = 2 - 2t/t_{\max}, p = 0.5$
SWO	$TR = 0.3, Cr = 0.2, N_{\min} = 20$
SHADE	$H = 100$

3.2 算法有效性分析

3.2.1 与改进GWO算法的比较结果

表2呈现了DSGWO-MS算法与标准GWO算法及其他6种改进GWO算法求解100维CEC2017测试集的实验结果,包括各算法经30次独立运行获得的最优解的平均值、标准差、Friedman

排名, 以及 0.05 显著性水平条件下的双侧 Wilcoxon 秩和检验结果。

表 2 DSGWO-MS 算法与 7 种改进 GWO 算法的对比结果

Tab. 2 Comparison results of the DSGWO-MS with 7 improved GWO algorithms

序号	标准	GWO	SOGWO	I-GWO	DOLGWO	MELGWO	GWO-C1	GWO-C/M	DSGWO-MS
F1	平均值	3.28E+10-	3.05E+10-	1.17E+06-	4.41E+10-	1.32E+10-	6.05E+10-	8.74E+09-	3.99E+03
	标准差	8.33E+09-	6.93E+09-	4.01E+05-	9.42E+09-	6.72E+09-	1.52E+10-	3.79E+09-	4.01E+03
F3	平均值	2.16E+05-	2.15E+05-	5.64E+04+	2.06E+05-	1.91E+05-	7.60E+05-	1.84E+05-	1.58E+05
	标准差	2.08E+04-	2.43E+04-	9.96E+03+	2.33E+04-	2.04E+04-	9.68E+04-	2.09E+04-	2.58E+04
F4	平均值	2.79E+03-	2.86E+03-	7.30E+02-	3.48E+03-	2.20E+03-	8.52E+03-	2.06E+03-	6.45E+02
	标准差	6.11E+02-	5.22E+02-	4.78E+01-	8.66E+02-	6.01E+02-	2.28E+03-	4.05E+02-	4.04E+01
F5	平均值	1.05E+03-	1.08E+03-	7.96E+02-	1.13E+03-	1.23E+03-	1.32E+03-	1.10E+03-	6.66E+02
	标准差	5.63E+01-	1.47E+02-	3.54E+01-	8.26E+01-	7.90E+01-	1.04E+02-	6.18E+01-	2.37E+01
F6	平均值	6.27E+02-	6.29E+02-	6.02E+02-	6.39E+02-	6.61E+02-	6.52E+02-	6.41E+02-	6.00E+02
	标准差	5.12E+00-	4.62E+00-	7.87E-01-	5.63E+00-	3.43E+00-	4.87E+00-	5.98E+00-	1.66E-01
F7	平均值	1.76E+03-	1.75E+03-	1.20E+03-	1.97E+03-	2.63E+03-	3.38E+03-	1.91E+03-	9.63E+02
	标准差	1.04E+02-	1.41E+02-	5.44E+01-	1.61E+02-	1.98E+02-	4.33E+02-	1.16E+02-	3.20E+01
F8	平均值	1.37E+03-	1.36E+03-	1.11E+03-	1.42E+03-	1.60E+03-	1.69E+03-	1.40E+03-	9.64E+02
	标准差	6.35E+01-	7.31E+01-	3.37E+01-	8.62E+01-	7.33E+01-	1.00E+02-	7.46E+01-	2.36E+01
F9	平均值	2.30E+04-	2.52E+04-	3.26E+03-	2.83E+04-	2.27E+04-	3.74E+04-	1.94E+04-	9.19E+02
	标准差	1.03E+04-	1.09E+04-	2.18E+03-	1.12E+04-	1.90E+03-	6.56E+03-	2.97E+03-	2.30E+01
F10	平均值	1.46E+04-	1.49E+04-	1.82E+04-	1.51E+04-	1.63E+04-	2.01E+04-	1.69E+04-	9.10E+03
	标准差	3.30E+03-	3.37E+03-	7.96E+03-	1.47E+03-	1.49E+03-	1.68E+03-	1.23E+03-	1.08E+03
F11	平均值	3.90E+04-	3.98E+04-	4.31E+03+	4.36E+04-	1.71E+04 =	2.13E+05-	2.94E+04-	1.36E+04
	标准差	8.00E+03-	1.07E+04-	1.48E+03+	8.26E+03-	7.36E+03 =	5.74E+04-	8.69E+03-	5.33E+03
F12	平均值	5.41E+09-	4.73E+09-	3.82E+07-	7.73E+09-	1.10E+09-	8.31E+09-	1.82E+09-	3.32E+06
	标准差	3.00E+09-	2.38E+09-	1.32E+07-	3.60E+09-	1.76E+09-	4.38E+09-	9.49E+08-	1.26E+06
F13	平均值	3.51E+08-	3.57E+08-	8.20E+03-	5.09E+08-	5.97E+06-	1.67E+08-	1.69E+08-	7.46E+03
	标准差	3.34E+08-	4.16E+08-	5.00E+03-	4.79E+08-	2.85E+07-	1.85E+08-	2.29E+08-	7.59E+03
F14	平均值	3.80E+06-	4.42E+06-	4.54E+05+	4.13E+06-	1.42E+06-	1.63E+07-	4.39E+06-	1.03E+06
	标准差	2.54E+06-	2.38E+06-	1.92E+05+	3.01E+06-	9.20E+05-	9.59E+06-	2.27E+06-	8.16E+05
F15	平均值	6.44E+07-	7.21E+07-	7.56E+03-	1.78E+08-	4.91E+05-	1.54E+06-	2.73E+07-	3.67E+03
	标准差	1.07E+08-	8.39E+07-	5.40E+03-	2.50E+08-	1.45E+06-	2.03E+06-	5.04E+07-	2.28E+03
F16	平均值	5.40E+03-	5.17E+03-	3.90E+03-	5.82E+03-	6.43E+03-	6.97E+03-	6.31E+03-	2.92E+03
	标准差	4.93E+02-	4.60E+02-	5.76E+02-	7.63E+02-	8.31E+02-	8.56E+02-	7.53E+02-	4.32E+02
F17	平均值	4.41E+03-	4.53E+03-	3.75E+03-	4.48E+03-	6.06E+03-	5.73E+03-	4.91E+03-	2.32E+03
	标准差	4.61E+02-	5.95E+02-	1.23E+03-	4.79E+02-	6.71E+02-	6.97E+02-	6.75E+02-	2.28E+02
F18	平均值	4.18E+06-	4.39E+06-	8.36E+05+	4.69E+06-	1.78E+06 =	1.56E+07-	4.21E+06-	1.90E+06
	标准差	2.89E+06-	2.06E+06-	4.40E+05+	2.33E+06-	8.45E+05 =	1.06E+07-	1.72E+06-	9.75E+05
F19	平均值	6.55E+07-	8.69E+07-	4.96E+03 =	1.37E+08-	7.62E+05-	1.07E+07-	5.63E+07-	5.33E+03
	标准差	7.90E+07-	1.47E+08-	2.82E+03 =	2.05E+08-	1.05E+06-	2.21E+07-	5.93E+07-	4.70E+03
F20	平均值	4.40E+03-	4.40E+03-	3.95E+03-	4.51E+03-	5.14E+03-	5.41E+03-	4.74E+03-	3.13E+03
	标准差	5.18E+02-	4.64E+02-	1.31E+03-	4.10E+02-	4.99E+02-	5.95E+02-	4.56E+02-	3.71E+02
F21	平均值	2.88E+03-	2.86E+03-	2.59E+03-	2.97E+03-	3.14E+03-	3.20E+03-	2.93E+03-	2.45E+03
	标准差	6.85E+01-	7.70E+01-	4.18E+01-	9.26E+01-	1.10E+02-	1.00E+02-	6.25E+01-	2.21E+01
F22	平均值	1.73E+04-	1.77E+04-	2.15E+04-	1.88E+04-	1.92E+04-	2.32E+04-	1.91E+04-	1.17E+04
	标准差	1.25E+03-	1.18E+03-	8.91E+03-	2.99E+03-	1.54E+03-	1.73E+03-	1.34E+03-	1.08E+03
F23	平均值	3.42E+03-	3.42E+03-	3.05E+03-	3.56E+03-	3.85E+03-	3.83E+03-	3.48E+03-	2.95E+03
	标准差	9.50E+01-	6.28E+01-	3.53E+01-	9.84E+01-	1.34E+02-	1.07E+02-	1.07E+02-	2.38E+01
F24	平均值	3.96E+03-	3.93E+03-	3.49E+03-	4.13E+03-	4.41E+03-	4.71E+03-	4.13E+03-	3.36E+03
	标准差	1.58E+02-	1.07E+02-	5.69E+01-	1.23E+02-	2.15E+02-	2.19E+02-	1.56E+02-	2.17E+01
F25	平均值	5.21E+03-	5.37E+03-	3.40E+03-	5.74E+03-	4.26E+03-	9.75E+03-	4.53E+03-	3.29E+03
	标准差	4.37E+02-	5.17E+02-	5.13E+01-	6.46E+02-	3.08E+02-	2.64E+03-	2.43E+02-	5.45E+01
F26	平均值	1.28E+04-	1.25E+04-	8.54E+03-	1.41E+04-	2.15E+04-	1.94E+04-	1.47E+04-	6.62E+03
	标准差	1.18E+03-	7.17E+02-	6.40E+02-	1.17E+03-	2.73E+03-	1.77E+03-	1.36E+03-	2.30E+02
F27	平均值	3.88E+03-	3.88E+03-	3.38E+03 =	3.98E+03-	4.33E+03-	4.41E+03-	4.04E+03-	3.39E+03
	标准差	1.29E+02-	1.29E+02-	3.89E+01 =	1.52E+02-	2.85E+02-	2.52E+02-	1.57E+02-	4.69E+01
F28	平均值	6.55E+03-	6.76E+03-	3.49E+03-	7.50E+03-	5.32E+03-	1.33E+04-	5.16E+03-	3.38E+03
	标准差	1.15E+03-	1.16E+03-	3.06E+01-	9.87E+02-	6.76E+02-	2.65E+03-	6.35E+02-	2.68E+01
F29	平均值	7.22E+03-	7.32E+03-	5.14E+03-	7.72E+03-	9.38E+03-	9.64E+03-	7.84E+03-	4.49E+03
	标准差	6.40E+02-	5.87E+02-	4.02E+02-	6.19E+02-	7.64E+02-	1.17E+03-	6.37E+02-	2.48E+02
F30	平均值	3.28E+08-	3.69E+08-	5.33E+05-	6.80E+08-	2.01E+07-	1.55E+08-	1.48E+08-	9.35E+03
	标准差	2.71E+08-	3.76E+08-	2.92E+05-	7.23E+08-	1.36E+07-	1.57E+08-	1.65E+08-	2.77E+03
+/-/-		0/0/29	0/0/29	4/2/23	0/0/29	0/2/27	0/0/29	0/0/29	NaN
Friedman—排序		4.3500	4.7833	2.2167	5.9833	5.2167	7.2500	4.8500	1.3500

表 2 中“+”、“-”、“=”分别表示 DSGWO-MS 显著优于、显著劣于或等价于其他对比算法。由表 2 可见, DSGWO-MS 算法在 23 个测试问题上表现均显著优于其余 7 种对比算法。其 Fried-

man排名在所有对比算法中位列第一。图1给出了所有对比算法在29个测试函数上的性能表现雷达图,可见DSGWO-MS算法在该测试集上相比其它算法具有更强的泛化性能。

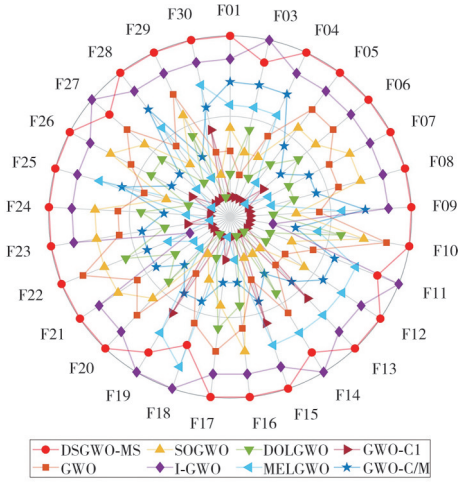
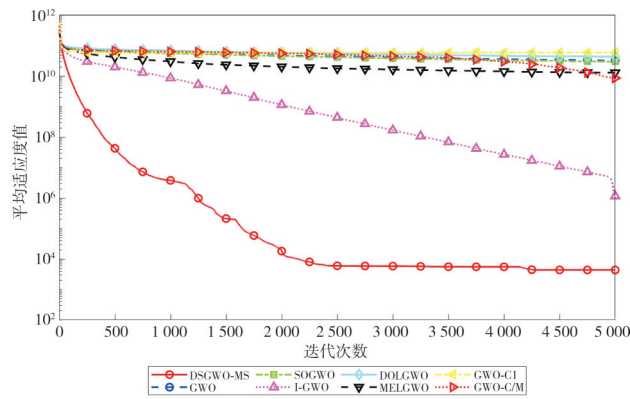
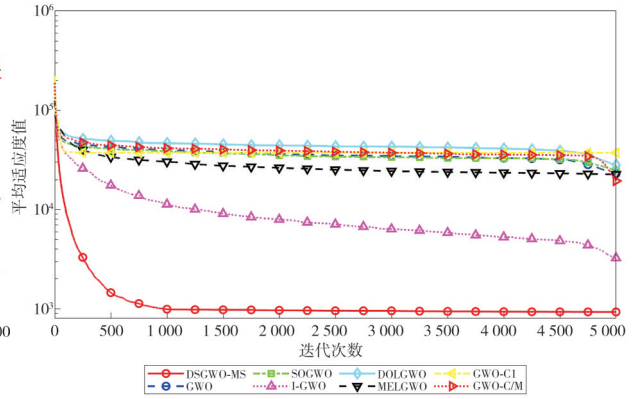


图1 DSGWO-MS与7种改进GWO的性能雷达图

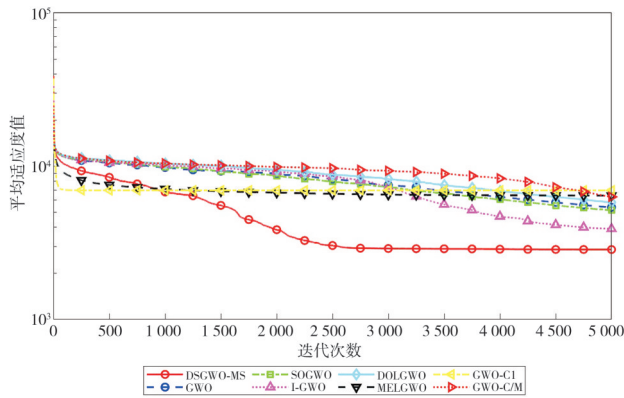
Fig. 1 Radar plot of DSGWO-MS and 7 improved GWO algorithms



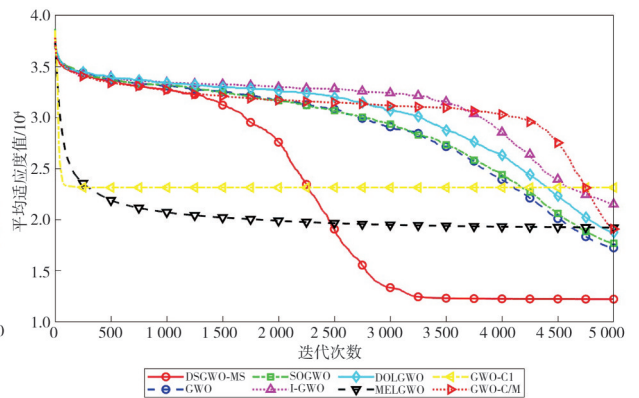
(a) 100D-F1



(b) 100D-F9



(c) 100D-F16



(d) 100D-F22

图2 DSGWO-MS与7种改进灰狼优化算法的收敛曲线

Fig. 2 Convergence curves of DSGWO-MS and 7 improved Grey Wolf Optimization algorithms

3.2.2 与其他智能优化算法比较

表3呈现了DSGWO-MS算法与其他5种经典群智能优化算法求解100维CEC 2017测试问题

具体而言,在单峰问题F1和F3上,DSGWO-MS算法在F1上表现最佳。而在F3上,其性能略逊于I-GWO算法,但仍优于其他算法。在7个简单多峰函数F4~F10中,DSGWO-MS算法所获最优解在数量级上显著优于其他算法。对于复杂度更高的混合函数F11~F20和复合函数F21~F30,DSGWO-MS算法在15个测试函数上表现出显著优势。特别是在混合函数F11、F14、F18、F19和复合函数F27上,DSGWO-MS算法在所有算法中排名均位列前三,表明DSGWO-MS算法不仅在单峰问题的局部开发中具有较高的数值精度,在探寻复杂多峰解空间最优解方面也具备良好的收敛性和鲁棒性。

图2(a)~(d)展示了DSGWO-MS算法与其他7种改进GWO算法在F1、F9、F16和F22测试函数上的收敛曲线(完整测试集的收敛曲线见补充材料)。由图2可见,相比其他算法,DSGWO-MS在收敛速度和收敛精度两方面均具有明显优势。

的实验结果,包括所有算法经30次独立运行所得最优解的平均值、标准差、Friedman排名,以及0.05显著性水平下的双侧Wilcoxon秩和检验结

果。表中“+”、“-”、“=”分别表示DSGWO-MS算法显著优于、显著劣于或等价于其他对比算法。实验结果表明,DSGWO-MS算法在13个基准测

试函数上的表现显著优于其余5种对比算法。基于Friedman排名,DSGWO-MS算法在所有对比算法中位列第一。

表3 DSGWO-MS与5种经典群智能优化算法的对比结果

Tab. 3 Comparison results of DSGWO-MS with 5 classical swarm intelligence algorithms

序号	标准	PSO	DE	WOA	SWO	SHADE	DSGWO-MS
F1	平均值	1.17E+09-	3.73E+08-	2.93E+08-	2.09E+08-	1.86E+03 =	3.99E+03
	标准差	1.33E+09-	8.98E+07-	1.23E+08-	7.57E+07-	1.99E+03 =	4.01E+03
F3	平均值	9.39E+04+	6.11E+05-	7.42E+05-	2.00E+05-	1.91E+05-	1.58E+05
	标准差	1.64E+04+	3.86E+04-	1.55E+05-	1.66E+04-	8.00E+04-	2.58E+04
F4	平均值	7.10E+02-	8.06E+02-	1.19E+03-	1.02E+03-	5.96E+02+	6.45E+02
	标准差	7.16E+01-	2.79E+01-	1.50E+02-	9.65E+01-	5.54E+01+	4.04E+01
F5	平均值	1.14E+03-	1.07E+03-	1.46E+03-	1.16E+03-	1.16E+03-	6.66E+02
	标准差	5.59E+01-	2.84E+01-	8.89E+01-	6.44E+01-	2.67E+01-	2.37E+01
F6	平均值	6.51E+02-	6.02E+02-	6.85E+02-	6.48E+02-	6.00E+02+	6.00E+02
	标准差	3.83E+00-	2.03E+01-	1.01E+01-	3.84E+00-	1.97E+02+	1.66E+01
F7	平均值	1.36E+03-	1.40E+03-	3.27E+03-	2.16E+03-	1.51E+03-	9.63E+02
	标准差	1.12E+02-	2.88E+01-	1.76E+02-	2.04E+02-	2.38E+01-	3.20E+01
F8	平均值	1.53E+03-	1.37E+03-	1.92E+03-	1.50E+03-	1.46E+03-	9.64E+02
	标准差	6.62E+01-	3.14E+01-	1.07E+02-	8.72E+01-	2.54E+01-	2.36E+01
F9	平均值	1.91E+04-	1.85E+04-	4.33E+04-	2.18E+04-	9.44E+02-	9.19E+02
	标准差	1.55E+03-	3.10E+03-	9.74E+03-	2.96E+03-	3.00E+01-	2.30E+01
F10	平均值	1.37E+04-	1.83E+04-	2.19E+04-	1.69E+04-	2.71E+04-	9.10E+03
	标准差	1.29E+03-	4.57E+02-	2.21E+03-	1.45E+03-	1.21E+03-	1.08E+03
F11	平均值	2.11E+03+	7.42E+04-	2.01E+04-	6.88E+03+	1.96E+03+	1.36E+04
	标准差	1.61E+02+	1.10E+04-	9.81E+03-	1.97E+03+	1.47E+02+	5.33E+03
F12	平均值	4.06E+08-	2.78E+08-	1.03E+09-	2.12E+08-	1.21E+06+	3.32E+06
	标准差	8.96E+08-	8.15E+07-	3.94E+08-	9.32E+07-	5.89E+05+	1.26E+06
F13	平均值	4.19E+05-	2.79E+07-	3.10E+05-	3.92E+04-	4.85E+03 =	7.46E+03
	标准差	2.24E+06-	1.45E+07-	3.07E+05-	1.25E+04-	3.31E+03 =	7.59E+03
F14	平均值	4.39E+05+	1.48E+07-	3.40E+06-	4.76E+05+	1.92E+05+	1.03E+06
	标准差	1.73E+05+	2.79E+06-	2.24E+06-	2.23E+05+	1.16E+05+	8.16E+05
F15	平均值	3.33E+03 =	1.14E+07-	1.27E+05-	1.65E+04-	3.42E+03 =	3.67E+03
	标准差	2.12E+03 =	6.55E+06-	2.63E+05-	1.15E+04-	1.60E+03 =	2.28E+03
F16	平均值	5.40E+03-	6.17E+03-	1.03E+04-	6.17E+03-	6.97E+03-	2.92E+03
	标准差	5.29E+02-	3.15E+02-	1.10E+03-	7.31E+02-	5.70E+02-	4.32E+02
F17	平均值	4.87E+03-	5.11E+03-	7.33E+03-	5.24E+03-	5.30E+03-	2.32E+03
	标准差	6.47E+02-	2.62E+02-	1.05E+03-	3.96E+02-	3.14E+02-	2.28E+02
F18	平均值	1.02E+06+	1.08E+07-	2.74E+06-	7.79E+05+	6.40E+05+	1.90E+06
	标准差	3.89E+05+	3.04E+06-	1.17E+06-	3.01E+05+	3.63E+05+	9.75E+05
F19	平均值	6.29E+03 =	9.45E+06-	1.83E+07-	3.54E+04-	3.87E+03 =	5.33E+03
	标准差	6.38E+03 =	7.29E+06-	1.04E+07-	3.68E+04-	2.02E+03 =	4.70E+03
F20	平均值	4.73E+03-	5.37E+03-	6.25E+03-	5.11E+03-	5.66E+03-	3.13E+03
	标准差	4.09E+02-	1.94E+02-	5.13E+02-	4.32E+02-	2.44E+02-	3.71E+02
F21	平均值	3.30E+03-	2.91E+03-	3.91E+03-	3.04E+03-	2.98E+03-	2.45E+03
	标准差	1.25E+02-	2.92E+01-	1.95E+02-	9.83E+01-	2.68E+01-	2.21E+01
F22	平均值	1.72E+04-	2.07E+04-	2.45E+04-	1.90E+04-	3.00E+04-	1.17E+04
	标准差	1.07E+03-	4.83E+02-	1.95E+03-	1.39E+03-	8.33E+02-	1.08E+03
F23	平均值	4.63E+03-	3.13E+03-	4.71E+03-	3.69E+03-	3.46E+03-	2.95E+03
	标准差	2.12E+02-	1.93E+01-	2.10E+02-	1.19E+02-	3.00E+01-	2.38E+01
F24	平均值	4.86E+03-	3.82E+03-	5.98E+03-	4.36E+03-	3.90E+03-	3.36E+03
	标准差	2.45E+02-	2.90E+01-	3.97E+02-	2.24E+02-	4.15E+01-	2.17E+01
F25	平均值	3.30E+03 =	3.55E+03-	3.77E+03-	3.69E+03-	3.30E+03 =	3.29E+03
	标准差	6.93E+01 =	3.73E+01-	9.86E+01-	7.45E+01-	6.02E+01 =	5.45E+01
F26	平均值	1.36E+04 =	1.15E+04-	3.21E+04-	1.71E+04-	1.01E+04-	6.62E+03
	标准差	7.90E+03 =	2.63E+02-	3.69E+03-	1.54E+03-	2.28E+03-	2.30E+02
F27	平均值	3.81E+03-	3.49E+03-	5.22E+03-	4.21E+03-	3.39E+03 =	3.39E+03
	标准差	2.49E+02-	2.07E+01-	6.38E+02-	2.60E+02-	2.99E+01 =	4.69E+01
F28	平均值	3.48E+03-	4.32E+03-	4.01E+03-	3.83E+03-	3.37E+03 =	3.38E+03
	标准差	8.39E+01-	2.03E+02-	1.18E+02-	1.00E+02-	3.10E+01 =	2.68E+01
F29	平均值	6.88E+03-	8.16E+03-	1.40E+04-	8.87E+03-	7.12E+03-	4.49E+03
	标准差	5.28E+02-	3.02E+02-	1.62E+03-	6.50E+02-	4.61E+02-	2.48E+02
F30	平均值	1.03E+05-	3.28E+07-	3.41E+08-	5.48E+06-	8.15E+03+	9.35E+03
	标准差	1.23E+05-	1.78E+07-	1.50E+08-	3.79E+06-	2.21E+03+	2.77E+03
+/-/=		4/4/21	0/0/29	0/0/29	3/0/26	7/7/15	NaN
Friedman-排序		3.2167	3.9833	5.5500	3.8500	2.6500	1.7500

图3展示了所有对比算法在29个100维CEC2017测试问题上的性能表现雷达图。可见DSGWO-MS算法较其他5种群智能优化算法,在多数复杂多峰测试问题(如F20-F27)上表现出更强的适应性,并取得更优的优化结果,显示出更强的鲁棒性。

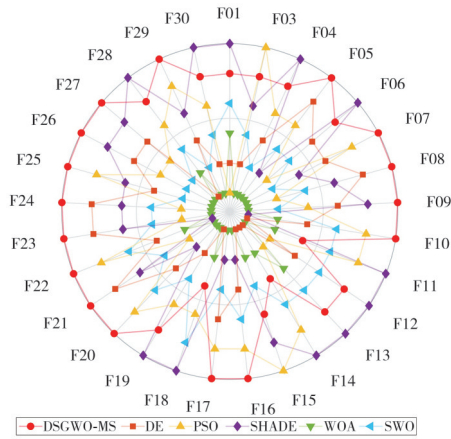
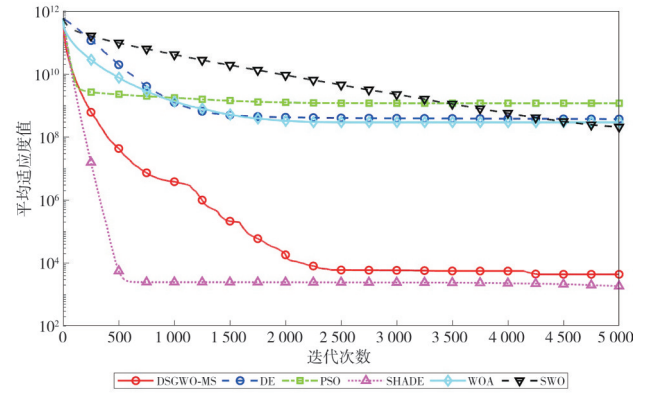


图3 DSGWO-MS与5种经典群智能优化算法的性能雷达图
Fig. 3 Radar plot of DSGWO-MS and 5 classical swarm intelligence algorithms

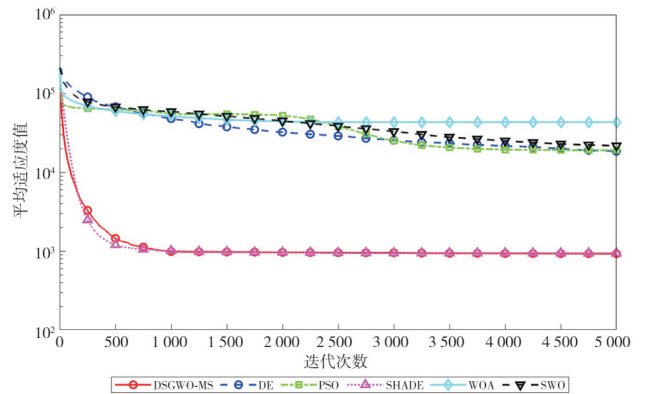
具体而言,在单峰函数F1和F3上,DSGWO-MS算法在F1上与SHADE算法性能相当,在F3上仅次于PSO算法。在7个简单多峰函数F4~F10中,DSGWO-MS算法在F5、F7、F8、F9、F10表现最优,其精度与稳定性均显著优于其他算法。

在10个混合函数F11~F20中,DSGWO-MS算法在F16、F17、F20等3个函数中表现最佳;在10个复合函数F21~F30中,所提算法在F21~F24、F29上同样取得最优性能。综合来看,DSGWO-MS算法在简单多峰和复合函数中表现突出,且其所获最优解的标准差最小,展现出优异的结构稳定性与高收敛精度,尤其适合处理复杂优化问题。

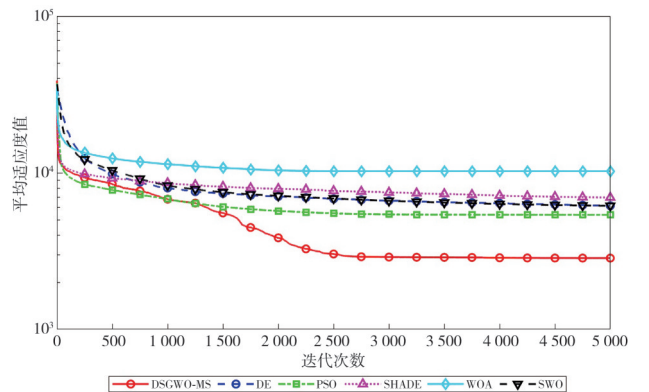
图4展示了DSGWO-MS算法与其他5种经典群智能优化算法在F1、F9、F16和F26测试函数上的收敛曲线(完整测试集的收敛曲线见补充材料)。由图4可见,在F1和F9中,DSGWO-MS与SHADE在收敛精度与收敛速度方面基本相当,表明引入历史存档信息有助于提升GWO算法的收敛能力并有效避免陷入局部极值。在F16和F26函数上,DSGWO-MS在收敛速度与精度方面均表现优异,且收敛曲线更为平滑,进一步验证了其良好的鲁棒性与稳定性。



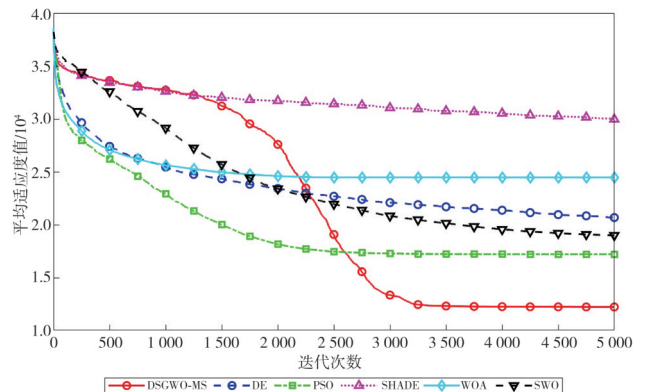
(a) 100D-F1



(b) 100D-F9



(c) 100D-F16



(d) 100D-F22

图4 DSGWO-MS算法与5种经典群智能优化算法的收敛曲线
Fig. 4 Convergence curves of DSGWO-MS with 5 classical swarm intelligence algorithms

3.2.3 消融实验

为分析DSGWO-MS算法中关键组件包括多元变异算子、双选择算子、逃逸算子、双子群协同搜索对算法收敛性能的影响,将仅采用一对一贪婪竞争选择机制的DSGWO-MS变体(DSGWO-MS1)、仅采用整体替换策略的DSGWO-MS变体

(DSGWO-MS2)、去除逃逸算子的DSGWO-MS变体(DSGWO-MS3),以及采用单种群结构的DSGWO-MS变体(DSGWO-MS4),与DSGWO-MS算法在CEC 2017测试套件中29个基准测试函数上进行实验对比。表4汇总了各对比算法的统计结果。

表4 消融实验对比结果

Tab. 4 Comparison results of ablation experiment

序号	标准	GWO	DSGWO-MS1	DSGWO-MS2	DSGWO-MS3	DSGWO-MS4	DSGWO-MS
F1	平均值	3.28E+10-	7.39E+03 =	6.60E+08-	5.85E+03 =	2.46E+10-	3.99E+03
	标准差	8.33E+09-	9.74E+03 =	4.28E+08-	6.58E+03 =	5.44E+09-	4.01E+03
F3	平均值	2.16E+05-	6.87E+04+	1.63E+05 =	1.80E+05-	2.05E+05-	1.58E+05
	标准差	2.08E+04-	1.36E+04+	1.74E+04 =	2.42E+04-	2.59E+04-	2.58E+04
F4	平均值	2.79E+03-	6.57E+02 =	7.52E+02-	6.57E+02 =	2.14E+03-	6.45E+02
	标准差	6.11E+02-	3.99E+01 =	4.23E+01-	4.18E+01 =	3.87E+02-	4.04E+01
F5	平均值	1.05E+03-	7.13E+02 =	7.38E+02-	6.65E+02 =	1.03E+03-	6.66E+02
	标准差	5.63E+01-	1.50E+02 =	2.46E+01-	2.57E+01 =	3.87E+01-	2.37E+01
F6	平均值	6.27E+02-	6.05E+02-	6.01E+02-	6.01E+02-	6.25E+02-	6.00E+02
	标准差	5.12E+00-	1.29E+00-	3.24E-01-	4.11E-01-	3.72E+00-	1.66E-01
F7	平均值	1.76E+03-	1.18E+03-	1.06E+03-	9.46E+02 =	1.71E+03-	9.63E+02
	标准差	1.04E+02-	2.27E+02-	3.46E+01-	2.14E+01 =	1.40E+02-	3.20E+01
F8	平均值	1.37E+03-	9.67E+02 =	1.03E+03-	9.65E+02 =	1.33E+03-	9.64E+02
	标准差	6.35E+01-	2.45E+01 =	2.89E+01-	1.79E+01 =	5.57E+01-	2.36E+01
F9	平均值	2.30E+04-	5.73E+03-	1.13E+03-	1.03E+03-	2.19E+04-	9.19E+02
	标准差	1.03E+04-	2.30E+03-	1.61E+02-	2.28E+02-	9.83E+03-	2.30E+01
F10	平均值	1.46E+04-	2.31E+04-	1.03E+04-	9.41E+03 =	1.45E+04-	9.10E+03
	标准差	3.30E+03-	8.00E+03-	1.10E+03-	1.17E+03 =	3.30E+03-	1.08E+03
F11	平均值	3.90E+04-	2.23E+03+	1.16E+04 =	1.81E+04-	3.40E+04-	1.36E+04
	标准差	8.00E+03-	1.54E+02+	4.96E+03 =	6.06E+03-	1.37E+04-	5.33E+03
F12	平均值	5.41E+09-	5.31E+06-	1.05E+08-	3.37E+06 =	3.88E+09-	3.32E+06
	标准差	3.00E+09-	2.10E+06-	5.47E+07-	1.35E+06 =	2.14E+09-	1.26E+06
F13	平均值	3.51E+08-	9.80E+03-	2.02E+05-	5.98E+03 =	2.37E+08-	7.46E+03
	标准差	3.34E+08-	8.06E+03-	2.55E+05-	5.45E+03 =	2.67E+08-	7.59E+03
F14	平均值	3.80E+06-	4.40E+05+	1.58E+06-	1.06E+06 =	3.66E+06-	1.03E+06
	标准差	2.54E+06-	1.83E+05+	1.07E+06-	7.55E+05 =	2.24E+06-	8.16E+05
F15	平均值	6.44E+07-	3.48E+03 =	6.96E+04-	3.96E+03 =	3.33E+07-	3.67E+03
	标准差	1.07E+08-	2.26E+03 =	2.69E+04-	2.76E+03 =	5.48E+07-	2.28E+03
F16	平均值	5.40E+03-	3.51E+03-	3.36E+03-	2.90E+03 =	5.41E+03-	2.92E+03
	标准差	4.93E+02-	5.34E+02-	4.45E+02-	4.15E+02 =	4.96E+02-	4.32E+02
F17	平均值	4.41E+03-	3.79E+03-	2.83E+03-	2.27E+03 =	4.34E+03-	2.32E+03
	标准差	4.61E+02-	9.60E+02-	3.00E+02-	2.02E+02 =	5.28E+02-	2.28E+02
F18	平均值	4.18E+06-	1.03E+06+	2.06E+06 =	1.80E+06 =	3.63E+06-	1.90E+06
	标准差	2.89E+06-	6.70E+05+	1.29E+06 =	1.08E+06 =	2.46E+06-	9.75E+05
F19	平均值	6.55E+07-	4.70E+03 =	1.94E+04-	5.97E+03 =	5.57E+07-	5.33E+03
	标准差	7.90E+07-	2.49E+03 =	1.02E+04-	4.15E+03 =	5.65E+07-	4.70E+03
F20	平均值	4.40E+03-	4.81E+03-	3.09E+03 =	3.17E+03 =	4.39E+03-	3.13E+03
	标准差	5.18E+02-	1.31E+03-	3.79E+02 =	3.53E+02 =	3.81E+02-	3.71E+02
F21	平均值	2.88E+03-	2.48E+03-	2.55E+03-	2.46E+03 =	2.84E+03-	2.45E+03
	标准差	6.85E+01-	2.25E+01-	2.87E+01-	2.39E+01 =	5.17E+01-	2.21E+01
F22	平均值	1.73E+04-	2.42E+04-	1.30E+04-	1.19E+04 =	1.75E+04-	1.17E+04
	标准差	1.25E+03-	8.35E+03-	1.22E+03-	1.21E+03 =	3.32E+03-	1.08E+03
F23	平均值	3.42E+03-	3.02E+03-	3.02E+03-	2.95E+03 =	3.35E+03-	2.95E+03
	标准差	9.50E+01-	2.82E+01-	3.01E+01-	2.59E+01 =	5.17E+01-	2.38E+01
F24	平均值	3.96E+03-	3.50E+03-	3.43E+03-	3.36E+03 =	3.90E+03-	3.36E+03
	标准差	1.58E+02-	3.32E+01-	2.49E+01-	2.21E+01 =	1.38E+02-	2.17E+01
F25	平均值	5.21E+03-	3.32E+03-	3.52E+03-	3.32E+03 =	5.13E+03-	3.29E+03
	标准差	4.37E+02-	5.80E+01-	5.64E+01-	6.21E+01 =	4.76E+02-	5.45E+01
F26	平均值	1.28E+04-	8.62E+03-	7.25E+03-	6.68E+03 =	1.21E+04-	6.62E+03
	标准差	1.18E+03-	5.12E+02-	3.50E+02-	2.55E+02 =	7.79E+02-	2.30E+02
F27	平均值	3.88E+03-	3.64E+03-	3.34E+03+	3.46E+03-	3.79E+03-	3.39E+03
	标准差	1.29E+02-	8.70E+01-	2.27E+01+	4.72E+01-	1.21E+02-	4.69E+01
F28	平均值	6.55E+03-	3.42E+03-	3.50E+03-	3.40E+03-	5.70E+03-	3.38E+03
	标准差	1.15E+03-	3.51E+01-	3.52E+01-	3.55E+01-	7.74E+02-	2.68E+01
F29	平均值	7.22E+03-	5.61E+03-	4.89E+03-	4.57E+03 =	7.29E+03-	4.49E+03
	标准差	6.40E+02-	4.59E+02-	2.82E+02-	3.18E+02 =	5.09E+02-	2.48E+02
F30	平均值	3.28E+08-	1.05E+04 =	7.28E+05-	1.02E+04 =	2.88E+08-	9.35E+03
	标准差	2.71E+08-	3.09E+03 =	3.05E+05-	3.51E+03 =	2.86E+08-	2.77E+03
+/-/=		0/0/29	4/7/18	1/4/24	0/23/6	0/0/29	NaN
Friedman-排序		5.7167	3.2500	3.2833	2.1833	4.9500	1.6167

由表4可知,所有对比算法的性能均优于传统GWO算法。相比DSGWO-MS,DSGWO-MS1在18个测试问题上显著劣于DSGWO-MS,表明仅采用一对一竞争选择机制虽能加速收敛,但每次迭代均以精英个体作为下一代演化种群个体,种群多样

性下降较快,导致算法易陷入局部最优;DSGWO-MS2在24个测试问题上显著劣于DSGWO-MS,表明仅采用整体替换策略虽能保留部分适应度较低但多样性较好的个体,有助于跳出局部最优,但收敛速度较慢。将一对一竞争选择机制与整体替换策略

相结合,可在一定程度上平衡收敛速度与种群多样性,从而缓解过早收敛问题。

注意到,虽然DSGWO-MS3在23个测试问题上与DSGWO-MS的性能相当,但其在6个具有复杂多峰适应度景观的测试问题上显著劣于DSGWO-MS,表明引入基于历史淘汰解存档与种群状态估计的逃逸算子,能够利用历史信息引导种群探索新区域,增强算法跳出局部极值的能力。此外,DSGWO-MS4在29个测试问题均显著劣于DSGWO-MS,表明采用双子群协同演化搜索能有效提升算法的收敛速度与精度。综上所述,DSGWO-MS算法在收敛速度、收敛精度及鲁棒性方面均较传统灰狼优化算法有显著提升(完整消融实验结果详见补充材料)。

4 结 论

本文提出的DSGWO-MS算法通过引入双子群协同演化框架、双选择机制及基于历史存档与种群状态估计的逃逸算子,有效解决了传统GWO算法在种群多样性维持与局部极值逃逸方面的不足。在CEC2017基准函数上的实验结果表明,该算法的综合性能显著优于12种主流改进GWO算法及经典群智能优化算法,证实了所提策略的有效性与先进性。本研究为解决复杂优化问题提供了一种高效的新方法,未来工作将聚焦算法参数的自适应调整及其在实际工程优化问题中的应用验证。

利益冲突声明/Conflict of Interests

所有作者声明不存在利益冲突。

All authors declare no relevant conflict of interests.

参考文献:

- [1] FAUSTO F, REYNA-ORTA A, CUEVAS E, et al. From ants to whales: metaheuristics for all tastes[J]. Artificial Intelligence Review, 2020, 53(1): 753-810.
- [2] MIRJALILI S, MIRJALILI S M, LEWIS A. Grey wolf optimizer[J]. Advances in Engineering Software, 2014, 69: 46-61.
- [3] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization [C]//Proceedings of ICNN'95-International Conference on Neural Networks. IEEE, 1995, 4: 1942-1948.
- [4] YANG X S. Firefly algorithms for multimodal optimization[M]. Heidelberg: Springer, 2009: 169-178.
- [5] PAN W T. A new fruit fly optimization algorithm: Taking the financial distress model as an example[J]. Knowledge-Based Systems, 2012, 26: 69-74.
- [6] MIRJALILI S, LEWIS A. The whale optimization algorithm[J]. Advances in Engineering Software, 2016, 95: 51-67.
- [7] ABDEL-BASSET M, MOHAMED R, JAMEEL M, et al. Spider wasp optimizer: A novel meta-heuristic optimization algorithm[J]. Artificial Intelligence Review, 2023, 56(10): 11675-11738.
- [8] VARAN M, ERDUMAN A, MENEVŞEOĞLU F. A grey wolf optimization algorithm-based optimal reactive power dispatch with wind-integrated power systems[J]. Energies, 2023, 16(13): 5021.
- [9] ZHOU X Y, SHI G Q, ZHANG J D. Improved grey wolf algorithm: A method for UAV path planning[J]. Drones, 2024, 8(11): 675.
- [10] YU X B, WU X J. Ensemble grey wolf Optimizer and its application for image segmentation[J]. Expert Systems with Applications, 2022, 209: 118267.
- [11] LIU G W, GUO Z Q, LIU W, et al. A feature selection method based on the golden jackal-grey wolf hybrid optimization algorithm[J]. PLoS ONE, 2024, 19(1): e0295579.
- [12] OTAIR M, IBRAHIM O T, ABUALIGAH L, et al. An enhanced grey wolf optimizer based particle swarm optimizer for intrusion detection system in wireless sensor networks [J]. Wireless Networks, 2022, 28 (2) : 721-744.
- [13] YU X B, JIANG N J, WANG X M, et al. A hybrid algorithm based on grey wolf optimizer and differential evolution for UAV path planning[J]. Expert Systems with Applications, 2023, 215: 119327.
- [14] OU Y, YIN P F, MO L P. An improved grey wolf optimizer and its application in robot path planning[J]. Biomimetics, 2023, 8(1): 84.
- [15] ABDEL-BASSET M, SALLAM K M, MOHAMED R, et al. An improved binary grey-wolf optimizer with simulated annealing for feature selection [J]. IEEE Access, 2021, 9: 139792-139822.
- [16] PREMKUMAR M, SINHA G, RAMASAMY M D, et al. Augmented weighted K-means grey wolf optimizer: An enhanced metaheuristic algorithm for data clustering problems[J]. Scientific Reports, 2024, 14(1): 5434.
- [17] ZHOU J, HUANG S, ZHOU T, et al. Employing a genetic algorithm and grey wolf optimizer for optimizing RF models to evaluate soil liquefaction potential [J]. Artificial Intelligence Review, 2022, 55(7): 5673-5705.
- [18] MAFARJA M, THAHER T, TOO J, et al. An efficient

- high-dimensional feature selection approach driven by enhanced multi-strategy grey wolf optimizer for biological data classification[J]. *Neural Computing and Applications*, 2023, 35(2): 1749-1775.
- [19] LIU Y Y, AS' ARRY A, HASSAN M K, et al. Review of the grey wolf optimization algorithm: variants and applications[J]. *Neural Computing and Applications*, 2024, 36(6): 2713-2735.
- [20] SINGH N, SINGH S B. Hybrid algorithm of particle swarm optimization and grey wolf optimizer for improving convergence performance[J]. *Journal of Applied Mathematics*, 2017, 2017(1): 2030489.
- [21] EL-KENAWY E S, EID M. Hybrid gray wolf and particle swarm optimization for feature selection[J]. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 2020, 16(3): 831-844.
- [22] TAWHID M A, ALI A F. A hybrid grey wolf optimizer and genetic algorithm for minimizing potential energy function[J]. *Memetic Computing*, 2017, 9(4): 347-359.
- [23] ZHU A J, XU C P, LI Z, et al. Hybridizing grey wolf optimization with differential evolution for global optimization and test scheduling for 3D stacked SoC[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2015, 26(2): 317-328.
- [24] BANAIE-DEZFOULI M, NADIMI-SHAHRAKI M H, BEHESHTI Z. R-GWO: Representative-based grey wolf optimizer for solving engineering problems[J]. *Applied Soft Computing*, 2021, 106: 107328.
- [25] JAIN A, NAGAR S, SINGH P K, et al. A hybrid learning-based genetic and grey-wolf optimizer for global optimization[J]. *Soft Computing*, 2023, 27(8): 4713-4759.
- [26] WANG B K, LIU L, LI Y C, et al. Robust grey wolf optimizer for multimodal optimizations: A cross-dimensional coordination approach[J]. *Journal of Scientific Computing*, 2022, 92(3): 110.
- [27] LONG W, WU T B, CAI S H, et al. A novel grey wolf optimizer algorithm with refraction learning[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 57805-57819.
- [28] ADEGBOYE O R, FEDA A K, OJEKEMI O S, et al. Chaotic opposition learning with mirror reflection and worst individual disturbance grey wolf optimizer for continuous global numerical optimization[J]. *Scientific Reports*, 2024, 14(1): 4660.
- [29] ZHANG J, DAI Y Q, SHI Q H. An improved grey wolf optimization algorithm based on scale-free network topology[J]. *Heliyon*, 2024, 10(16): E35958.
- [30] DONG L, YUAN X F, YAN B S, et al. An improved grey wolf optimization with multi-strategy ensemble for robot path planning[J]. *Sensors*, 2022, 22(18): 6843.
- [31] TANABE R, FUKUNAGA A. Success-history based parameter adaptation for differential evolution[C]//2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2013: 71-78.
- [32] LI W, LIANG P, SUN B, et al. Reinforcement learning-based particle swarm optimization with neighborhood differential mutation strategy[J]. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2023, 78: 101274.
- [33] WANG H, SUN H, LI C H, et al. Diversity enhanced particle swarm optimization with neighborhood search[J]. *Information Sciences*, 2013, 223: 119-135.
- [34] WU G, MALLIPEDDI R, SUGANTHAN P N. Problem definitions and evaluation criteria for the CEC 2017 competition on constrained real-parameter optimization[J]. *National University of Defense Technology, Changsha, Hunan, PR China and Kyungpook National University, Daegu, South Korea and Nanyang Technological University, Singapore, Technical Report*, 2017, 9: 2017.
- [35] DHARGUPTA S, GHOSH M, MIRJALILI S, et al. Selective opposition based grey wolf optimization[J]. *Expert Systems with Applications*, 2020, 151: 113389.
- [36] NADIMI-SHAHRAKI M H, TAGHIAN S, MIRJALILI S. An improved grey wolf optimizer for solving engineering problems[J]. *Expert Systems with Applications*, 2021, 166: 113917.
- [37] WANG Y, JIN C Y, LI Q, et al. A dynamic opposite learning-assisted grey wolf optimizer[J]. *Symmetry*, 2022, 14(9): 1871.
- [38] AHMED R, RANGAIAH G P, MAHADZIR S, et al. Memory, evolutionary operator, and local search based improved grey wolf optimizer with linear population size reduction technique[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2023, 264: 110297.
- [39] TSAI H C, SHI J Y. Potential corrections to grey wolf optimizer[J]. *Applied Soft Computing*, 2024, 161: 111776.
- [40] WANG H B, ZHAGN J Y, FAN J K, et al. An improved grey wolf optimizer with flexible crossover and mutation for cluster task scheduling[J]. *Information Sciences*, 2025, 704: 121943.
- [41] STORN R, PRICE K. Differential evolution-a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces[J]. *Journal of Global Optimization*, 1997, 11(4): 341-359.